

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“29” серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основи теорії ігор

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) рівень _____

галузь знань 11 – Математика та статистика _____

спеціальність 113 – Прикладна математика _____

освітня програма «Прикладна математика» _____

спеціалізація _____

вид дисципліни _____ за вибором _____

факультет _____ математики і інформатики _____

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: **Ревіна Тетяна Володимирівна**, канд. фіз.-мат. наук, доцент закладу вищої освіти кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики
Протокол від “26” серпня 2024 року № 8

Завідувач кафедри прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “**Основи теорії ігор**” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності 113 Прикладна математика

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім фахівцям знань в галузі сучасної теорії ігор та використання її методів при дослідженні прикладних задач.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

оволодіння майбутніми спеціалістами основними методами розв’язань матричних ігор та здатність застосовувати ці методи до вирішення прикладних задач.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
4-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
Індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

знати :

- Класифікацію задач теорії ігор та методи їх розв'язання

вміти :

- Розв'язувати різні типи задач теорії ігор - антагоністичні, матричні, біматричні ігри, економічні, класичні задачі теорії ігор.
- Зводити задачі теорії ігор до задач лінійного програмування

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

Тема 1. Основні поняття теорії ігор.

- Поняття матричної гри. Класифікація ігор. Нижня та верхня ціна гри. Поняття стратегії гри.
- Приклади ігор: «камінь, папір, ножиці», «родинна суперечка», «дилема в'язня», гра типу «інспекція», гра «збір грошей на клумбу», гра «голодні леви», задача про бандитів (2, 3, ... гравців), гра «ультиматум»
- Антагоністична гра двох гравців: сідлова точка, гарантовані результати вигравів гравців.
- Приклади антагоністичних ігор: азартна гра Неша, гра «пошук», гра «3 пальці», гра «лобова атака».

Тема 2. Зведення задач теорії ігор до задач лінійного програмування (ЛП).

- Змішані стратегії. Теорема про мінімакс Дж. Фон Неймана.
- Приклад знаходження змішаної рівноваги в грі типу «інспекція» та у грі «родинна суперечка».
- Зведення задачі знаходження множини оптимальних стратегій до еквівалентної задачі ЛП.
- Двоїстість задач ЛП для I та II гравця.
- Приклади: знаходження розв'язку ігор «3 пальці», «камінь, папір, ножиці» та «проблема фермера» методами ЛП.
- Ітераційний метод Брауна-Робінсона побудови мішаних стратегій гравців, який у граничному значенні прямує до розв'язку гри

Тема 3. Матричні ігри 2×2 та $2 \times m$ та $n \times 2$.

- Аналітичний спосіб розв'язання ігор 2×2 .
- Графічний спосіб розв'язання ігор 2×2 .
- Графо-аналітичний спосіб розв'язання ігор $2 \times m$ та $n \times 2$.
- Зведення знаходження стратегії гри для іншого гравця до двоїстої задачі ЛП.
- Приклади розв'язання ігор: «пошук людини», «ракети та ППО».

Тема 4. Біматричні ігри та методи їх розв'язання.

- Ситуація рівноваги за Нешем. Приклади ігор з відсутністю, єдиною і декількома рівновагами Неша: «камінь, ножиці, папір», «лобова атака», «азартна гра Неша»,

«конкурс на реалізацію проекту», «вибори мера», «у сумі 100», «гра цін». Аналіз рівноваг Неша для покеру Куна і його розширень.

- Домінуючі стратегії. Приклад «дилема в'язня».
- Оптимальність за Парето. Приклади.
- Рівновага Штакельберга. Приклади.

Тема 5. Економічні задачі теорії ігор.

- Оптимальне оподаткування. Крива Лафера.
- Дуополія Курно, рівновага Неша в дуополії Курно. Приклад: проблема спільного
- Модель Бертрана, парадокс Бертрана
- Оптимальне оподаткування. Приклад: оптимальний обсяг мита в міжнародній торгівлі.
- Приклади економічних задач: швацьке підприємство, страхівка автомобіля

Тема 6. Класичні задачі теорії ігор.

- Аукціони. Переговори. Аукціон Вікрі. Аукціон другої ціни.
- Теорема про медіанного виборця.
- Динамічні ігри з повною інформацією. Теорема Куна.
- Теоретико-ігрове моделювання задач управління персоналом.
- Стратегія погроз
- Системи голосування: щире голосуванні, дві альтернативи, три і більше альтернатив, парування з вибуванням, система Кондорсе, парадокс Кондорсе, система Борда, парадокс Ерроу.
- Харківська гра «Деберц» - правила, розбір гри, спеціальні комбінації у грі, рівновага Неша

Тема 7. Кооперативні (коаліційні) ігри.

- Основні поняття кооперативних ігор – множина гравців; характеристична функція та її властивості; ядро гри та його властивості, С- ядро, вектор Шеплі і його властивості, аксіома бовдура. Умова, коли вектор Шеплі належить ядру.
- Приклади: гра «сороконіжка», продаж млинців, вчений і фармацевтичні компанії, гра «ботинки», гра «носки»
- Задача торгів двох гравців. Розв'язок Неша.
- Переговори в кооперативних іграх.

3. Структура навчальної дисципліни

4.

	Кількість годин
--	-----------------

Назви модулів і тем	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7
Тема 1. Основні поняття теорії ігор.	13	5	4			4
Тема 2. Зведення задач теорії ігор до задач ЛП.	16	6	4			6
Тема 3. Матричні ігри 2×2 та $2 \times m$ та $n \times 2$.	14	4	4			6
Тема 4. Біматричні ігри та методи їх розв'язання.	17	4	4			9
Тема 5. Економічні задачі теорії ігор.	18	5	4			9
Тема 6. Класичні задачі теорії ігор.	17	4	3			10
Тема 7. Кооперативні ігри.	17	4	5			8
<i>Підготовка до контрольної роботи</i>	4					4
<i>Контрольна робота</i>	4		4			
Разом за семестр	120	32	32			56
Усього годин	120	32	32			56

5. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Приклади ігор: «камінь, папір, ножиці», «родинна суперечка», «дилема в'язня», гра типу «інспекція»	2
2	Приклади антагоністичних ігор: гра «пошук», гра «3 пальці», гра «лобова атака».	2
3	Приклад знаходження змішаної рівноваги в грі типу «інспекція» та у грі «родинна суперечка».	2
4	Знаходження розв'язку ігри «камінь, папір, ножиці» методами ЛП.	2
5	Графо-аналітичний спосіб розв'язання ігор $2 \times m$ та $n \times 2$.	2
6	Приклади розв'язання ігор: «пошук людини», «ракети та ППО».	2
7	Ситуація рівноваги за Нешем. Приклади: «камінь, ножиці, папір», «лобова атака»	2
8	Домінуючі стратегії. Приклад «дилема в'язня».	2

9	Дуополя Курно, рівновага Неша-Курно	2
10	Модель Бертрана, парадокс Бертрана	2
11	Аукціони. Переговори. Системи голосування.	3
12	Основні поняття кооперативних ігор.	2
13	Приклади розв'язання ігор «сороконіжка», продаж млинців, вчений і фармацевтичні компанії	3
14	Написання контрольної роботи	4
	Разом	32

6. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Ознайомитися з азартною грою Неша: історія, постановка задачі і розв'язання	2
2	Розв'язання домашніх завдань з теми 1	2
3	Розібрати знаходження розв'язку ігри «3 пальці» методами ЛП.	1
4	Розібрати знаходження розв'язку ігри «проблема фермера» методами ЛП.	1
5	Розібрати ітераційний метод Брауна-Робінсона побудови мішаних стратегій гравців, який у граничному значенні прямує до розв'язку гри	2
6	Розв'язання домашніх завдань з теми 2	2
7	Розв'язання домашніх завдань з теми 3	6
8	Розібрати приклади ситуації рівноваги за Нешем: «конкурс на реалізацію проекту», «вибори мера», «у сумі 100».	2
9	Розібрати аналіз рівноваг Неша для покеру Куна і його розширень	1
10	Ознайомитися з оптимальністю за Парето та прикладами.	2
11	Ознайомитися з рівновагою Штакельберга та прикладами.	2
12	Розв'язання домашніх завдань з теми 4	2
13	Розбір методів розв'язку економічних задачі теорії ігор: оптимальний обсяг мита в міжнародній торгівлі, швацьке	4

	підприємство, страхівка автомобіля	
14	Розв'язання домашніх завдань з теми 5	5
15	Ознайомлення з видами аукціонів: Вікри та другої ціни	1
16	Ознайомлення з динамічними іграми з повною інформацією. Теорема Куна.	2
17	Ознайомлення з теоретичними засадами теоретико-ігрового моделювання задач управління персоналом	1
18	Ознайомлення зі стратегією погроз та прикладами	2
19	Ознайомлення з системами голосування: щире голосуванні, дві альтернативи, три і більше альтернатив, парування з вибуванням, система Кондорсе, парадокс Кондорсе, система Борда, парадокс Ерроу.	2
20	Ознайомлення з харківською грою «Деберц» - правила, розбір гри, спеціальні комбінації у грі, рівновага Неша	2
21	Розбір ігор «ботинки» і «носки». Знаходження ядра, С-ядра, вектора Шеплі.	2
22	Розбір задачі торгів двох гравців. Розв'язок Неша.	3
23	Ознайомлення з переговорами в кооперативних іграх.	3
24	Підготовка до контрольної роботи	4
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом

7. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративні лекції, репродуктивні і частково-пошукові методи при проведенні практичних занять, пояснення.

8. Методи контролю

- Перевірка домашніх робіт
- Перевірка контрольної роботи
- Контроль на практичних заняттях
- Контроль на лекціях
- Проведення іспиту

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання									Іспит	Сума
Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	Тема 5	Тема 6	Тема 7	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
2	2	2	2	2	2	2	46	60	40	100

Для допуску до складання підсумкового контролю (іспиту) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, контрольної роботи.

Критерії оцінювання

Нарахування балів:

Поточний контроль – до 14 балів,

Контрольна робота – до 46 балів,

Іспит – до 40 балів.

Контрольна робота оцінюється у 46 балів. Робота складається з 3 практичних задач. Зміст контрольної роботи:

- Розв'язати біматричну гру і знайти стратегії обох гравців
 - знайти нижню і верхню ціну гри
 - знайти стратегію одного з гравців графо-аналітичним методом
 - знайти стратегію другого гравця за допомогою теореми двоїстості
- Побудувати матрицю гри і знайти рівновагу за Нешем.
- Для заданої характеристичної функції кооперативної гри
 - перевірити умови існування С-ядра гри
 - визначити С-ядро графічним способом
 - визначити вектор Шеплі.

Критерії оцінки по першому завданню.

15-20 – знайдена ціна гри і стратегії обох гравців, можливі невеликі помилки

8-14 – знайдена ціна гри, задача розв'язана одним із методів, другий не доведено до кінця

0-7 – один із методів відсутній, немає доведеної до кінця відповіді у другому методу

Критерії оцінки по другому завданню.

8-10 – матриця гри побудована, рівновага за Нешем знайдена, можливі невеликі помилки

4-7 – матриця гри побудована, знаходження рівноваги за Нешем не доведено до кінця

0-3 – матриця гри побудована з помилками

Критерії оцінки по третьому завданню.

12-16 – знайдено С-ядро аналітично і графічно, знайдено вектор Шеплі, можливі невеликі помилки

6-11 – знайдено тільки С-ядро або тільки вектор Шеплі
 0-5 – розв’язано менше половини

Іспит передбачає письмову відповідь на два теоретичних питання зі списку, який надається студентам, та розв’язання задачі. Теоретичні питання матеріал, який студенти вивчали протягом семестру на лекціях. Задача може бути на будь-яку з тем, які розглядались впродовж семестру на практичних заняттях. До кожного теоретичного питання обов’язково наводити доведення, обґрунтування міркувань, пояснювальні приклади. Якщо теоретичний зміст питань не повністю розкритий або робота містить помилки, бал може бути знижений. За задачу бал може бути знижений, якщо відповідь неправильна та/або наявні помилки в її розв’язанні.

Шкала оцінювання (чотирирівнева)

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70 – 89	добре
50 – 69	задовільно
1 – 49	незадовільно

10. Рекомендована література

1. Барановська Л. В. Теорія ігор: курс лекцій. – 2022.
2. Ващук Ф. Г., Лавер О. Г., Шумило Н. Я. Математичне програмування та елементи варіаційного числення. – 2008.
3. Зайченко О. Ю., Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. Збірник задач //К.: Видавничий дім «Слово». – 2007.
4. Моклячук М. П., Ямненко Р. Є. Теорія вибору та прийняття рішень //Київ: Київський національний університет імені Тараса Шевченка. – 2018.
5. Терещенко І. М. Загальна теорія ігор: конспект лекцій. – 2022.
6. Шиян А. А. Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті: навч. посіб./Вінницький нац. тех. ун-т //Вінниця: ВНТУ. – 2009.

Допоміжна література

7. Aumann R. J. Lectures on game theory. – CRC Press, 2019.
8. Osborne M. J. An introduction to game theory. Vol. 3. No. 3. New York: Oxford university press, 2004.
9. Tadelis S. Game theory: an introduction. Princeton university press, 2013.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<https://life.pravda.com.ua/columns/2018/02/3/228782/> - теорія ігор, що це таке та як вона змінює повсякденне життя

https://www.youtube.com/watch?v=Hkiwpgi6pYI&ab_channel=%D0%A1%D0%B0%D1%88%D0%BA%D0%BE%D0%AF%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B9 – теорія ігор, пояснення та приклади